ورقة عمل في مادة الرياضيات (جبر)

الثالث الثانوي العلمي (٢٠٢٠-٢٠٢١)

السؤال الأول : اكتب كلاً من الأعداد العقدية التالية بالشكل الأسي و المثلثي :

$z_1 = 2\,(1+i)\left(\sqrt{3}+3i\right)$	$z_2 = \left(1-\sqrt{3}\right) e^{\frac{\pi}{5}i}$	$z_3 = 2i\,\left(sin\frac{2\pi}{7} + i\,cos\frac{2\pi}{7}\right)$
$z_4 = \left(\sqrt{3}-i\right)^{100}$	$z_5 = \frac{1}{4\sqrt{2}}(-1+i)^5 e^{\frac{5\pi}{7}i}$	$z_6 = \left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i\right)^5 (3-i)^5$

السؤال الثاني : اكتب كلاً مما يلي بالشكل الجبري:

$z_1 = \frac{2+i}{1-i} + \frac{3-2i}{1+i}$	$z_2 = (1-i)^{2021}$	$z_3 = \left(\sqrt{3}-i\right)^{100}$

السؤال الثالث : حل كلاً من المعادلات العقدية بالمجهول z:

$2i\,z + \overline{z} = -1+4i$	$2z - 4i\,\overline{z} = 6-2i$	$3z - 1 + i = 2iz - 5 + 3i$
$\frac{z+3i}{z-1+i} = i+1 \quad , \quad z \neq 1-i$ حيث	$2z^2 + 18 = 0$	$z^2 = 24 - 7i$
$z^2 - 5z + \frac{17}{2} = 0$	$2z^2 = 6 - 8i$	$3i\,z^2 = 36 + 15i$
$z^2 - (1+3i)\,z - 8 - i = 0$	$z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$	$z^2 + (1-3i)\,z - 2 - 2i = 0$

السؤال الرابع : بفرض $p(z) = z^3 - 5z^2 + 9z - 5$

❶. عين الأعداد الحقيقية $a\,,b$ التي تحقق :

$$p(z) = (z+b)(z^2 + az + 5)$$

❷. حل المعادلة $p(z) = 0$

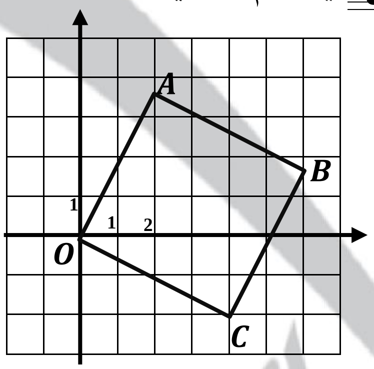
السؤال الخامس : بفرض $z = x + iy$ عدد عقدي في كل حالة عين مجموعة الأعداد العقدية Z التي تحقق

1 - $z^2 - |z|^2 = 0$

2 - $z^2 - |z|^2 = \frac{1}{2}(z-\bar{z})^2 + (1+i)^2$

السؤال السادس : ليكن $Z_A = 2+3i \;, Z_B = 4+i$ العددان العقديان الممثلان للنقطتين A, B و المطلوب : عين $Z_O \,, Z'_O$ العددان العقديان الممثلان للنقطتين $O\,, O'$ مركزا المربعين اللذين ضلعهما AB

السؤال السابع : في معلم احداثيات $OABC$ مربع



وليكن $Z_A = 4\,e^{\frac{\pi}{3}i}$ العدد العقدي الممثل للنقطة A و المطلوب:

❶. اكتب Z_A بالشكل الجبري ثم اوجد Z_C بالشكل الجبري

❷. اوجد Z_B العدد العقدي الممثل للنقطة B بالشكل الجبري ، ثم احسب طول OB حسب فيثاغورث واستنتج الشكل الأسي للعدد العقدي Z_B

❸. مما سبق استنتج $cos\frac{\pi}{12} \;,\; sin\frac{\pi}{12}$

السؤال الثامن : في كل حالة مما يلي عين مجموعة الأعداد العقدية Z التي تحقق:

العدد $W = 3i\,Z(\bar{Z}-1)$ تخيلي بحت	$\lvert Z - 3i\rvert = \lvert Z+1\rvert$
$Im(Z) = 3$	العدد $W = Z(\bar{Z}+2i)$ حقيقي بحت
$\lvert Z+2-i\rvert = \lvert 3+4i\rvert$	$arg(z) = \frac{2\pi}{3}$
التي تجعل $arg\big(Z(1+i)\big) = \frac{7\pi}{12}$	التي تجعل $\lvert W\rvert = 2$ حيث $W = \sqrt{2}(1+i)\,Z$